# PROVE THE INTEGRATION OF FUNCTIONS USING THE SIZE MEASUREMENT

**Abduganieva Yulduzoy Shahabidinovna**
Named after Islam Karimov
Almalyk branch of Tashkent State Technical University
yulduzabdugnieva@mail.ru

## Annotation:

In this thesis the proof of the theorem having necessary and sufficient condition of integration of the integrating function in the Riemann sense is given and put into practice

## Keywords:

Function, integrable function, Darbu's upper and lower integral sets, function breakpoints, set.

Олий математика фанида ўзгарувчи микдорларнинг ўзгариш конунлари, уларнинг функционал ҳоссалари ўрганилади. Бу эса математика фани соҳасида ҳам илмий ҳам амалий нуктаи назардан мухим ўринни эгаллайди. Шу жумладан функцияларнинг интеграллари ва интегралланувчи функциялар синфларини кенгайтириш – талабаларни ўқитиш жараёнининг самарадорлигини оширишига ва ўқитишни такомиллаштиришга олиб келадиган асосий омиллардан эканлигини эътироф этиш зарур. Талабаларга олий математика курсида Риман маъносида интегралланувчи функциянинг интегралланувчанлигининг зарурий ва етарлилик шартига эга бўлган теореманинг исботи берилади ва амалиётга тадбиқ этилади. Илмий мақоланинг асосий мақсади функциянинг интегралланувчанлиги ҳақидаги теоремани тўпламлар назарияси фанидаги тўплам ўлчови тушунчасидан фойдаланиб исботлашни мақсад килиб қўйган. Бу эса талабаларнинг олий математика фанини ўганишга бўлган қизиқишини янада орттиради ва ўқув жараёнининг самарадорлигини ошишига ва такомиллашувига олиб келади.

**Теорема**: $f(x)$ функциянинг $[a, b]$ да интегралланувчи бўлишлигининг зарурийлик ва етарлилик шарти $f(x)$ функциянинг $[a, b]$ даги узилиш йуқталарининг ўлчови Dm=m нулга тенг бўлишлигидан иборат.

Теореманинг исботи қуйидаги муносабатларни исботлашдан келиб чиқади:

I. Агар функциянинг узилиш нуқталари ўлчови mD>0 бўлса, функция интегралланувчи эмас.

II. Агар функция интегралланувчи бўлмаса функциянинг узилиш нукалари ўлчови mD нулдан катта эканлигини исботлаш.

Агар I ва II муносабатлар исбот этилса, у ҳолда функциянинг узилиш нуқталари ўлчови mD=0 бўлгандагина, функциянинг интегралланувчанлиги келиб чиқади.

I-нинг исботи:

$[a, b]$ сегментни қуйидаги нуқталар билан $a = a_0 < a_1 < a_2 < \cdots < a_n = b$ n-та бўлакчаларга бўламиз. $[a_i, a_{i+1}]$ бўлакчадаги функциянинг энг катта ва энг кичик қийматлари $M_i$ ва $m_i$ бўлсин. f $(x)$ функциянинг $[a_i, a_{i+1}]$ бўлакчадаги тебраниши $\omega_i = M_i - m_i$. Функциянинг узилиш нуқталари кўпи билан $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ n-та нуқта, билан устма-уст тушиши мумкин. Маълумки, агарда чекли сондаги узилиш нуқталарини чиқариб юборилса, D- тўпламининг ўлчовига таъсир этмайди. $f(x)$ функциянинг узилиш нуқталари қатнашган интерваллар йиғиндисини $\sum'$ билан белгилайлик. У ҳолда

Дарбунинг аниқ юқори ва аниқ қуйи интеграл йиғиндиларини S ва s деб белгиласак, у ҳолда

$$S - s = \sum_{i=0}^{n-1} (a_{i+1} - a_i)\omega_i \geq \sum{}' (a_{i+1} - a_i)\omega_i$$

$\sum{}'$ – даги функциянинг тебраниши берилган $\varepsilon$ – дан ($\forall\, \varepsilon > 0$) ҳамма вақт катта бўлади, яъни $\omega_i \geq \varepsilon$.

$$\sum_{i=0}^{n} (a_{i+1} - a_i)\omega_i \geq m * \varepsilon \text{ ёки } S - s \geq m * \varepsilon$$

Охирги муносабатдан қуйидагига эга бўламиз, яъни функциянинг узилиш нуқталари ўлчови $m > 0$ бўлса, у ҳолда Дарбунинг аниқ юқори ва аниқ қуйи интеграл йиғиндилари умумий лимитга эга бўлмайди ва функция $[a, b]$ да интегралланувчи эмас. Бундан эса қуйидаги муносабат келиб чиқади: $f$(x) интегралланувчи бўлади, агарда фақат қуйидаги муносабат ўринли бўлса, яъни m=0.

II. Агарда $f$(x) интегралланувчи бўлмаса, у ҳолда $mD = m > 0$ эканлиги юқоридагидек исбот этилади. Бу муносабатлардан эса теореманинг исботланганлиги келиб чиқади.

## Фойдаланилган адабиётлар:

1. Г.М.Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т-2. М.:, “Наука”, 1966.
2. Халмош П., Теория меры. М.: ИЛ, 1956
3. Александров П.С. Введение в общую теорию множеств и функций. М:, Гостехиздат, 1948.