

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ НЬЮТОНА ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ УРОВНЯ АКТИВНОГО ИЛА

Нуров Сирож Собирович

Бухарский инженерно технологический институт

Аннотация

В данной статье рассматривается применение интерполяции Ньютона в целях повышения точности измерения уровня активного ила в сооружениях очистки сточных вод. В работе приведен порядок выполнения математических расчетов по интерполяции Ньютона. Для этого в качестве входного параметра берутся измеренные значения активного ила, искомым параметром является уровень активного ила в нечувствительных точках измерительного зонда оптического датчика. В конце работы полученные результаты сравнены с измеренными значениями уровня слоя активного ила по нанесенной шкале в резервуаре с помощью корреляции.

Ключевые слова: Интерполяция Ньютона, активный ил, турбидиметрия, уровень, отстойник, оптический измеритель, сточная вода.

Введение

На практике, часто встречается интерполяция функции из-за ограниченности возможностей проведения экспериментов или же трудоёмкости и дороговизны разрабатываемых измерительных приборов. Данный метод предусматривает обработку данных, полученных в предыдущих точках функции измеряемого параметра.

В нашем случае, для повышения точности измерения уровня активного ила в отстойнике, использование интерполяции Ньютона является целесообразным, поскольку количества фотоэлементов, используемые в приборе ограничены из-за дороговизны и конструкции строения устройства.

Применение данного метода позволяет определить значение уровня активного ила в промежуточных точках между соседними светодиодами. В разрабатываемом приборе расстояние между светодиодами составляет 5 см, что определяет класс точности неудовлетворительным для измерения уровня активного ила. С помощью интерполяции можем вычислять значения уровня в любой точке прибора и тем самым повысить класс точности измерителя.

Методология

Для определения уровня активного ила, требуемой функцией нахождения является высота слоя осадка. Условно принимаем значение уровня $h = y$ и концентрацию ила $c = x$. В свою очередь, определение уровня зависит от концентрации активного ила в искомым точках, поэтому $y(x)$. Аналитическое выражение этой функции неизвестно, поэтому вместо нее строим приближенную функцию, называемую интерполирующим полиномом, а точки $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ – узлами интерполяции.

Поскольку нахождение значений функции произведем относительно конца интервала, интерполирующий полином пишется в виде:

$$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_n) + a_2(x - x_n)(x - x_{n-1}) + \dots + a_n(x - x_n)(x - x_{n-1}) \dots (x - x_1) \quad (1)$$

где $P_n(x)$ – интерполирующий полином; a_n – коэффициенты интерполяционной функции; x_n – узлы интерполяции.

Для построения данного многочлена необходимо вычислять коэффициенты a_n . Для этого воспользуемся конечными разностями. Определение конечной разности первого порядка производится с помощью формулы:

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_0 &= y_1 - y_0 \\ \Delta y_1 &= y_2 - y_1 \\ &\dots \\ \Delta y_{n-1} &= y_n - y_{n-1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Аналогично, для определения конечных разностей высших порядков, запишем формулы в виде:

$$\left. \begin{aligned} \Delta^k y_0 &= \Delta^{k-1} y_1 - \Delta^{k-1} y_0 \\ \Delta^k y_1 &= \Delta^{k-1} y_2 - \Delta^{k-1} y_1 \\ &\dots \\ \Delta^k y_{n-2} &= \Delta^{k-1} y_{n-1} - \Delta^{k-1} y_{n-2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Находим коэффициенты a_0, a_1, \dots, a_n из условия $P_n(x_i) = y_i$. Для этого в формулу (1) подставляем $x = x_n$ и находим:

$$P_n(x_n) = y_n = a_0 \quad (4)$$

для $x = x_{n-1}$:

$$P_n(x_{n-1}) = y_{n-1} = y_n + a_1(x_{n-1} - x_n), \quad a_1 = \frac{y_n - y_{n-1}}{h} = \frac{\Delta y_{n-1}}{h} \quad (5)$$

где h - шаг интерполяции.

Для $x = x_{n-2}$:

International Multidisciplinary Scientific Global Conference on Education and Science

Hosted Online from Warsaw, Poland on October 10th, 2022.

www.conferencepublication.com

$$P_n(x_{n-2}) = y_{n-2} = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{h} (x_{n-2} - x_n) + a_2 (x_{n-2} - x_n)(x_{n-2} - x_{n-1}) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{h} (-2h) + a_2 2h^2 = y_n - 2\Delta y_{n-1} + a_2 2h^2 \quad (6)$$

в этом случае:

$$a_2 = \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!h^2} \quad (7)$$

Для нахождения остальных коэффициентов, воспользуемся формулой:

$$a_i = \frac{\Delta^i y_{n-i}}{i!h^i} \quad (8)$$

Подставив определенные коэффициенты a_i в формулу (1), получим вторую интерполяционную формулу Ньютона для определения уровня активного ила в любых точках измерительного прибора:

$$P_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{h} (x - x_n) + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!h^2} (x - x_n)(x - x_{n-1}) + \frac{\Delta^3 y_{n-3}}{3!h^3} (x - x_n)(x - x_{n-1})(x - x_{n-2}) + \dots + \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n} (x - x_n)(x - x_{n-1}) \dots (x - x_1) \quad (9)$$

Результаты

Для практического применения данного метода, был проведен измерение концентрации активного ила во вторичном отстойнике в некоторых точках разработанного измерительного прибора. Результаты измерений приведены в таблице 1.

Задачами эксперимента являются построение обратного интерполяционного многочлена Ньютона и определить значение концентрации активного ила на высоте $H=28$ см измерительного прибора.

Таблица 1.

H, см	5	10	15	20	25	30
C, г/л	6.4	5.8	5.5	4.9	4.4	3.8

Для решения поставленных задач, сначала по таблице 3 составляем таблицу конечных разностей искомой функции, используя вышеприведенные формулы (2), (3). Результаты математических расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Индекс	x	y	Δx	$\Delta^2 x$	$\Delta^3 x$	$\Delta^4 x$	$\Delta^5 x$
0	5	6.4	-0,6	0,3	-0,6	1	-1,6
1	10	5.8	-0,3	-0,3	0,4	-0,6	
2	15	5.5	-0,6	0,1	-0,2		
3	20	4.9	-0,5	-0,1			
4	25	4.4	-0,6				
5	30	3.8					

Подставляя полученные результаты в формулу (1), рассчитываем концентрацию активного ила в точке высоты $H=28$ см: $P_6(x) = 4.13 \frac{г}{л}$. Полученный результат является вполне удовлетворительным, так как значение 4.13 лежит в промежуточном диапазоне между значениями 4.4 и 3.8 и не выходит за рамки этих значений.

Таблица 3.

x	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆
5	6.4	12.2	11.4	8.4	16.5	9.4
10	5.8	10.5	10.2	6.6	14.8	8.2
15	5.5	8.6	8.9	4.9	12.3	7
20	4.9	7.1	7.8	3.6	9.9	5.6
25	4.4	5.8	6.8	2.2	8.1	4.3
30	3.8	4.3	5.9	1.4	6.8	3.1
P(x)при x =28	4.13	4.93	6.22	1.49	7.29	3.6

Для оценки степени точности метода интерполяции Ньютона, проводили измерения промежуточных значений уровня по нанесенной шкале на резервуаре. После чего сравнивали результаты с корреляцией Пирсона (рис. 1). Для определения уровня в заданной точке по интерполяции Ньютона использовали значения концентрации образцов $y_1 \dots y_6$. Результаты расчетов приведены в таблице 3.

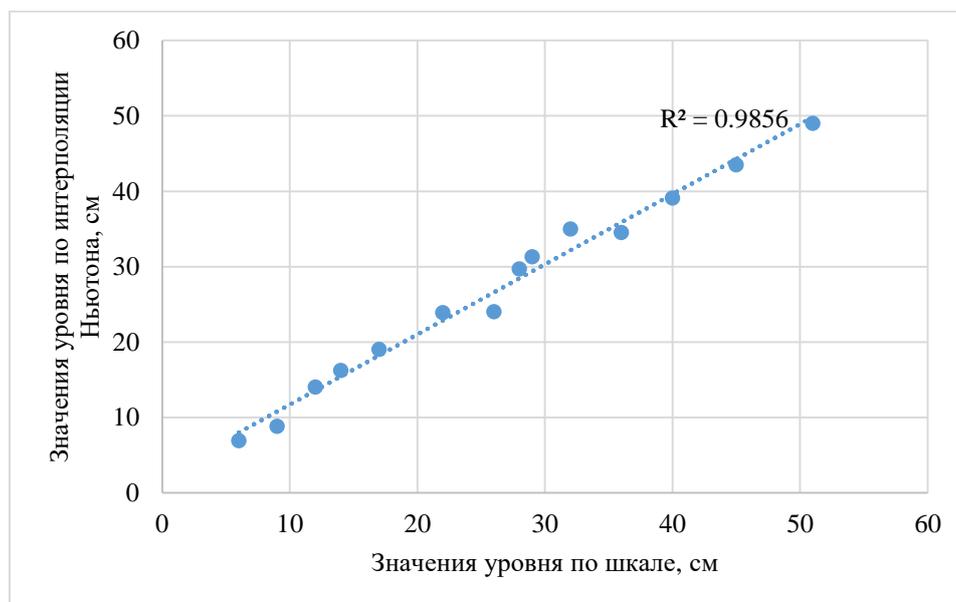


Рис. 1. Корреляционный анализ результатов интерполяции Ньютона и измерений по нанесенной шкале резервуара.

Коэффициент корреляции определяем по следующей формуле:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P}_1) \cdot \sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S}_1)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P}_1)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S}_1)^2}} \quad (10)$$

где P_i – значения уровня, вычисленной методом интерполяции Ньютона, \bar{P}_1 – среднеарифметическое значение уровня, вычисленной методом интерполяции Ньютона, S_i – значения уровня, полученных по шкале, \bar{S}_1 – среднеарифметическое значение уровня, полученных по шкале (приложение 5).

Корреляционный анализ показывает, что, результаты, полученных интерполяцией Ньютона и измерения по шкале отличаются не сильно и коэффициент корреляции составляет $R^2=0.98$.

Заклучение

Таким образом, исходя из вышеперечисленных расчетов сделаем вывод что, применение интерполяции Ньютона для определения концентрации и уровня активного ила в промежуточных точках между двумя соседними светодиодами является вполне целесообразным и обоснованным, что служит повышению точности измерения и уменьшению себестоимости разрабатываемого измерительного прибора.

Литературы

1. Махмудов М.И., Нуров С.С., Кўзиев З.Э., Сидиков С.С. Optimal parameters of activated sludge in aeration tank-sump systems and methods for their measurement, «Фан ва технологиялар тараққийети» илмий-техникавий журнал – Бухоро, 2020. - №5. – 238-244 б.
2. Махмудов М.И., Нуров С.С., Кўзиев З.Э., Сидиков С.С. "Optimal ratio of primary and secondary clarifier characteristics in wastewater treatment plants" Chemical Technology, Control and Management: Vol. 2020: Iss. 4, Article 1. p.1-6
3. Махмудов М.И., Нуров С.С., Кўзиев З.Э., Сидиков С.С. Analysis of the Process of Aerobic Stabilization of Sediment on the Example of Purification Facilities of the Republic of Uzbekistan, Annals of R.S.C.B., ISSN:1583-6258, Vol. 25, Issue 3, 2021, Pages. 7094 – 7105.
4. Нуров С. С., Экспериментальное исследование оптимальной длины волны излучения при оптическом методе измерения концентрации активного ила / Science and technology research – международная научно-практическая конференция, 24 февраля 2022 г. г. Петрозаводск, ст. 30-34.

International Multidisciplinary Scientific Global Conference on Education and Science

Hosted Online from Warsaw, Poland on October 10th, 2022.

www.conferencepublication.com

5. Makhmudov M.I., Nurov S.S., Kuziev Z.E., Sidikov S.S. Review and analysis of methods for measuring concentration of suspended substances and active sludge during biological treatment of wastewater // Scientific-technical journal, vol. 4, issue 3, -PP: 27-33. Fergana 2021.
6. Makhmudov Makhsud Idrisovich, Kuziev Zafarbek Esanovich, Nurov Siroj Sobirovich, Sidikov Sanjar Siroj ugli, Assessment of energy saving capabilities in air blowers of biological wastewater treatment plants, European Journal of Molecular & Clinical Medicine, 2020, Volume 7, Issue 6, Pages 1474-1486.