USE OF TRIPLE INTEGRALS IN SOLVING MECHANICAL PROBLEMS FOR TECHNICAL STUDENTS

Nematov Asliddin Rabbimkulovich,
Fayzullayev Sharofiddin Erkin oglu
Jizzax Polytechnic Institute

Anatation: The problem of professional training of engineering students of Jizzakh Polytechnic Institute has been formed. The expediency of synthesizing the three methods is to visualize the learning material using diagrams or tables, to accompany the visual presentation of knowledge with the teacher's explanations, as well as to solve problems of practical content. It was emphasized that some problems of mechanics should be solved using triple integrals calculated in different coordinate systems. For example, practical problems have been solved by strengthening the knowledge and skills of specialists in the future agro-industrial complex in the development of other fundamental and technical disciplines, as well as in the labor activity in production.

Keywords: mathematics; visualization of educational material; practical focus; functions of mechanics; triple integral; a heterogeneous spatial body.

TEXNIKA IXTISOSLIGI TALABALARI UCHUN MEXANIK MUAMMOLARNI HAL QILISHDA UCH KARRALI INTEGRALNI QO'LLASH

Ne'matov Asliddin Rabbimqulovich,
Fayzullayev Sharofiddin Erkin o'g'li
Jizzax Politexnika instituti

Anatatsiya. Jizzax Politexnika institutining muhandislik mutaxassisliklari talabalarini kasbiy tayyorlash muammosi shakllangan. Uch usulni sintez qilishning maqsadga muvofiqligi - diagramma yoki jadvallar yordamida o'quv materialini vizualizatsiya qilish, o'qituvchining tushuntirishlari bilan bilimlarning vizual taqdimotiga hamroh bo'lish, shuningdek amaliy mazmundagi muammolarni hal qilish. Mexanikaning ba'zi masalalarini turli koordinatalar tizimlarida hisoblangan uch karrali integral yordamida hal qilish zarurligi ta'kidlangan. Masalan, kelgusi agrosanoat majmuasidagi mutaxassislarning boshqa fundamental va texnik fanlarni o'zlashtirishda, shuningdek ishlab chiqarishda mehnat faoliyatida zarur bo'lgan bilim va ko'nikmalarini mustahkamlab, amaliy xarakterdagi muammolar hal qilindi.

Tayanch so'zlar: Matematika; o'quv materialini vizualizatsiya qilish; amaliy fokus; mexanikaning vazifalari; uch karrali integral; bir hil bo'lmagan fazoviy jism.

Bugungi kunda mehnat bozorining zamonaviy talablariga javob beradigan kelajakdagi agrosanoat majmuasi muhandislarining raqobatbardoshligini, kasbiy mahoratini va malakasini shakllantirish jarayoni samaradorligini oshirish muammosi dolzarbdir.

Oliy matematikaning nazariy asoslari va amaliy apparati murakkabligini hisobga olib, muhandislik mutaxassisliklari talabalari uchun mavjud bo'lgan oliy matematikani o'qitish uslublarini tahlil qilish va uning asosida innovatsion pedagogik metodlarni ishlab chiqish dolzarbligi aniq.

Zamonaviy pedagogika asosiy didaktik prinsiplarga, xususan, ilmiy xarakterga, aniqlik va nazariya bilan amaliyot o'rtasidagi bog'liqlikka asoslanadi. Ilm-fan matematikada tadqiqot va o'qitishning universal usuli, boshqa fanlar nazariyasini qurish vositasi, uning konstruktsiyalari va tushunchalarining mavhumligida aks etadi. O'quv materialini vizual ravishda namoyish etish yoki vizualizatsiya assotsiativ aloqalarni va tushunchalar o'rtasidagi munosabatlarni yodlashni yaxshilash uchun ishlatiladi. Vizual diagramma va jadvallarning qiymati bebahodir, chunki u odamga vizual ma'lumotni qayta ishlash uchun avtomatik ravishda ishga tushirilgan algoritmlardan foydalanishga imkon beradi [1]. Darhaqiqat, nazariya va amaliyot o'rtasidagi bog'liqlik printsipi o'quv materialini taqdim etish uslubining asosidir, bunda ma'ruzalar davomida ko'rib chiqilgan nazariyaning asosiy nuqtalarini namoyish etish va konsolidatsiya qilish amaliy muammolarni hal qilish orqali amalga oshiriladi. amaliy mashg'ulotlar [3; 5; 6].

O'qitishning asosiy texnikasi, bizning fikrimizcha, uchta usulni sintez qilishdir - bu o'quv materialining qismlarini diagrammalar yoki jadvallar yordamida amaliy mazmun muammolari hal qilinadi. Bunday kompleks talabalarning ma'lum bir o'rganilayotgan mavzu bo'yicha nazariy bilimlarini mustahkamlaydi va ularni mexanikada muammolarni hal qilishda professional yo'naltirilganligini ta'minlaydi.

Ishning maqsadi ba'zilarini ko'rib chiqish va tahlil qilishdir matematikani o'qitish metodikasining tarkibiy qismlari, shu jumladan o'quv materialining nazariy qoidalarini jadvallar ko'rinishida va ko'rib chiqilganlarga muvofiq mexanika masalalarini echishda uch karrali integral tushunchasi va hisoblanishiga olib keladigan.

Massa, og'irlik markazi koordinatalari va momentlarini hisoblash fazoviy jismning harakatsizligi eng muhimlaridan biri mexanikada uch karrali integralning qo'llanilishi. Ushbu mavzuni o'rganish, bizning fikrimizcha ma'ruzani ta'rif bilan boshlash kerak va turli koordinatalar tizimlarida uch karrali integralni hisoblash, nazariy qoidalarni shakllantirish bilan, asosiy formulalarni keltirib chiqarish mumkin.

Uch karrali integral zichligi hajmi V bo'lgan, har bir nuqtada bir hil bo'lmagan $\gamma = \gamma(x, y, z)$ jismning massasini ifodalaydi:

$$m = \iiint_V \gamma(x, y, z)dxdydz \qquad (1)$$

Tana tuzilgan moddaning zichligi teng bo'lsin $\gamma = \gamma(x, y, z)$. Keyin tananing og'irlik markazining koordinatalari quyidagi formulalar yordamida hisoblanadi:

$$x_c = \frac{\iiint_V \gamma x dxdydz}{m}, y_c = \frac{\iiint_V \gamma y dxdydz}{m}, z_c = \frac{\iiint_V \gamma z dxdydz}{m} \qquad (2)$$

Agar zichlik $\gamma = 1$ bo'lsa, unda (2) og'irlik markazining koordinatalari bir hil tana.

Massa m zichlikdagi bir hil bo'lmagan jismning harakatsizlik momentlari Ox, Oy, Oz koordinata o'qlariga nisbatan $\gamma = \gamma(x, y, z)$ ifodalanadi navbati bilan formulalar bo'yicha (hajm elementi $dxdydz = dv$):

$$I_x = \iiint_V (y^2 + z^2)\gamma dv,\ I_y = \iiint_V (x^2 + z^2)\gamma dv,\ I_z = \iiint_V (x^2 + y^2)\gamma dv \ (3)$$

Bilimni ongli ravishda o'zlashtirish maqsadida amaliy darsda, talabalar uchun boshqa fundamental bilimlarni o'rganish uchun zarur va umumiy texnik fanlar, ularni hal qilishni taklif qilish kerak amaliy tarkibning ba'zi vazifalari.

1-misol. Koordinata bilan chegaralangan jismning massasini toping tekisliklar va tekislik $x + y + z = 1$, agar har birida zichlik bo'lsa uning nuqtasi shu nuqta koordinatalari ko'paytmasiga teng, ya'ni $\gamma = \gamma(x, y, z) = xyz$.

Yechish. (1) formula bo'yicha izlanayotgan massa m ga teng

$$m = \iiint_V xyzdxdydz = \int_0^1 xdx \int_0^{1-x} ydy \int_0^{1-x-y} zdz = \int_0^1 xdx \int_0^{1-x} ydy \left[\frac{z^2}{2}\right]_0^{1-x-y}$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^1 xdx \int_0^{1-x} y(1-x-y)^2 dy$$

Ushbu integralni to'rtburchaklar tizimda hisoblash uchun koordinatalar, $1 - x = t$ qo'ying; keyin $dx = -dt$; bundan tashqari, $x = 0$ uchun $t = 1$

va $x = 1$ uchun $t = 0$.

$$m = \frac{1}{2}\int_1^0 (t-1)dt \int_0^t y(t-y)^2 dy = \frac{1}{2}\int_1^0 (t-1)dt \int_0^t (t^2y - 2ty^2 + y^3)dy =$$

$$= \frac{1}{2}\int_1^0 (t-1)dt \left[\frac{t^2y^2}{2} - \frac{2ty^3}{3} + \frac{y^4}{4}\right]_0^t = \frac{1}{2}\int_1^0 (t-1)\frac{t^4}{12}dt =$$

$$= \frac{1}{24}\int_1^0 (t^5 - t^4)dt = \frac{1}{24}\left[\frac{t^6}{6} - \frac{t^5}{5}\right]_1^0 = \frac{1}{24}\left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{720}$$

2-misol. Kubning og'irlik markazining koordinatalarini hisoblang $0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1,\ 0 \leq z \leq 1$, agar uning har bir nuqtasidagi zichlik ushbu nuqta koordinatalarining hosilasi.

Yechish. Gipoteza bo'yicha zichlik $\gamma = \gamma(x, y, z) = xyz$. Keling, hisoblab chiqamiz kubning massasi m (1) ga muvofiq:

$$m = \iiint_V xyzdxdydz = \int_0^1 xdx \int_0^1 ydy \int_0^1 zdz = \frac{1}{8}$$

Simmetriya mulohazalari $x_c = y_c = z_c$ degan ma'noni anglatadi. Shuning uchun x_c bilan bitta koordinatani topish kifoya. Numeratorni hisoblang (2) formulalardan $x_c$uchun.

$$\iiint_V xyz\,xdxdydz = \int_0^1 x^2dx \int_0^1 ydy \int_0^1 zdz = \frac{1}{2}\int_0^1 x^2dx \int_0^1 ydy = \frac{1}{4}\int_0^1 x^2dx = \frac{1}{4}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3} - \frac{0}{3}\right) = \frac{1}{12}$$

Shuning uchun, $x_c = \frac{1}{12} : \frac{1}{8} = \frac{2}{3}$ va $C\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right) -$ Kubning tortishish markazi.

3-misol. To'g'ri dumaloqning inersiya momentini hisoblang balandligi $2h$ silindr va o'rtacha radiusiga nisbatan R radiusi zichligi doimiy va $\gamma = const$ ga teng deb qabul qiladigan qism.

Yechish. Keling, koordinata tizimini quyidagicha tanlaymiz: biz $0z$ o'qini silindr o'qi bo'ylab yo'naltiramiz va koordinatalarning kelib chiqishini joylashtiramiz uning simmetriya markazida. Keyin muammo momentni hisoblashgacha kamayadi (3) formulaga muvofiq $0x$ o'qi bo'yicha inertsiya:

$$I_x = \iiint_V (y^2 + z^2)\gamma dxdydz.$$

Ushbu integralda silindrsimon koordinatalarga o'tishda, biz quyidagini olamiz:

$$I_x = \gamma \int_0^{2\pi} \left[\int_0^R \left(\int_{-h}^h (z^2 + r^2 sin^2\varphi)\, dz\right) rdr\right] d\varphi = \gamma \int_0^{2\pi} \left[\int_0^R \left(\frac{2h^3}{3} + 2hr^2 sin^2\varphi\right) rdr\right] d\varphi$$
$$= \gamma \int_0^{2\pi} \left(\frac{2h^3}{3}\frac{R^2}{2} + \frac{2hR^4}{4} sin^2\varphi\right) d\varphi = \gamma \left(\frac{2h^3R^2}{6} 2\pi + \frac{2hR^4}{4}\pi\right) = \gamma\pi hR^2\left(\frac{2}{3}h^2 + \frac{R^2}{2}\right)$$

O'z bilimlarini tekshirish uchun talabalar ko'rib chiqilayotgan mavzu bo'yicha quyidagi savollarni berishlari maqsadga muvofiqdir.

1. Uch karrali integral koordinatalari har xil tizimlarda qanday hisoblangan? Silindrsimon shaklga va sferik koordinatalarga o'tishning sabablari nimada?
2. Qanday qilib bir jinsli bo'lmagan massani topishingiz mumkin va bir hil fazoviy jism, uning tortishish markazining koordinatalari va inertsiya momentlari uch karrali integral yordamida hisoblash mumkin?

Natijalar:

1. Bugungi kunga kelib, rivojlanish dolzarb bo'lib qolmoqda, ilm-fanning didaktik printsiplarini joriy etishning nazariy jihatdan amaliyligi, nazariyligi va nazariyani amaliyot bilan bog'lash uchun bunday pedagogik usullarni yanada o'rganish va takomillashtirish, masalan, diagrammalar yoki jadvallar yordamida o'quv materiallarining vizual tuzilishini tushuntirish bilan bilimlarning vizual taqdimotiga hamrohlik qilish. o'qituvchi, shuningdek kelajakdagi qishloq xo'jaligi muhandislari majmuasini matematik tayyorlashda amaliy mazmun muammolarini hal qilish.
2. O'rganilgan materialni diagramma yoki jadval shaklida vizualizatsiya qilish o'quvchilarga matematikaning nazariy asoslarini ko'rishning didaktik printsipi asosida singdirish, o'quvchilarning bilimlarini tizimlashtirish va ularning o'quv materiallarini ongli ravishda yodlashlariga yordam beradi.
3. Uch karrali integral yordamida muhandislik mutaxassisliklari talabalari uchun amaliy tarkib masalalarini hal qilish, ularga boshqa fundamental va umumiy texnik fanlarni o'rganishda hamda kelajakdagi ishlab chiqarish faoliyatida zarur bo'lgan bilimlarni mustahkamlashga imkon beradi.
4. Mexanikada bir qator qo'llaniladigan masalalar: massa, og'irlik markazining koordinatalarini va bir hil bo'lmagan fazoviy jismning inersiya momentlarini topish integral hisobdan foydalanishga asoslangan.

Xususan, ular turli koordinatalar tizimlarida uch karrali integrallarni hisoblash bilan bog'liq, shuning uchun talabalardan ularni topa olishlarini talab qiladi.

Adabiyotlar ro'yxati.

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. Т. 2. – М.: Интеграл-Пресс, 2009. – 544 с.
2. Кудрявцев Т.В. Психология технического мышления. (Процесс и способы решения технических задач). − М.: Педагогика, 1975. – 304 с.
3. Неъматов, А. Р., Рахимов, Б. Ш., & Тураев, У. Я. (2016). СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА. Ученый XXI века, 6.
4. Левина А.И. Кратные интегралы: Методические указания к выполнению домашнего задания курсовой работы по дисциплине «Кратные и криволинейные интегралы, ряды» – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. – 31 с.
5. Nurimov T. Integral tenglamalar va tengsizliklar. –Toshkent: O'qituvchi, 1985.-188 с.
6. Васяк Л.В. Профессионально ориентированные задачи по математике для студентов инженерных специальностей: учебное пособие / В.А. Далингер, Л.В. Васяк. – Омск: Изд-во «Сфера», 2007. – 60 с.